فصل اوّل :

محاسبه بسامدی

۱ ـ آمدها (۱) و بس‌آمدها (۲)

یک "آمد" در رشته‌ای از محدوده‌ها (جملات(۳)) عبارتست از جزئی از رشته (۴) از آغاز نخستین محدوده تا آخرین محدوده .

بسامد یک واقعیّت در یک آمد عبارت است از رابطه تعداد محدوده‌هائی که واقعیّت در آن بوقوع پیوسته به تعداد محدوده‌های آمد. مثال :

آمد A، A ، D ، C ، A ، B ، A ، را در نظر میگیریم . در این آمد تعداد واردهای A برابر است با سه و بسامد آن می‌شود ۳/۶.

دو واقعیت هم‌ارزند اگر همیشه هم بسامد باشند (همیشه در این جا یعنی در تمام آمدهای رشته)، و اگر یکی از این دو واقعیت‌ها در یک محدوده وقوع یابد، دیگری نیز باید بوقوع پیوندد و میتوان در محاسبه بسامدی آنها را بجای هم قرار داد.

در اینجا با حالت خاص برابری مواجه هستیم . زیرا در یک همباف (۵) دو شئیی با هم برابرند اگر بتوان آنها را بجای هم قرار داد، بدون اینکه معنای همباف تغییر کند.

مینویسیم :

$A = B$ برای " A برابر است با B "

$A \neq B$ برای " A مخالف است با B "

---

۱ ـ La séquence
۲ ـ La fréquence
۳ ـ Les termes
۴ ـ La suite
۵ ـ Le contexte

عبور از تساوی

$$f(A) = f(B)$$

یعنی عبور از تساوی بسامد A برابر است با بسامد B ، به A = B تحقق نمی‌پذیرد مگر اینکه تساوی نخست همیشگی باشد، یعنی وقتی که در تمام آمدها مصداق داشته باشد.

در محاسبه بسامدی واژه "بسامد" را در تمام روابط همیشگی حذف میکنند، یعنی:
اگر مجموع بسامدهای A و B همیشه برابر با بسامد C باشد، مینویسیم:

$$A + B = C$$

یک واقعیت در رشته‌ای از واقعیت ها صفر است اگر حادثه‌ای بوقوع نپیوندد. فرکانس آن در تمام آمدها صفر است و مینویسیم: A = 0

(A برابر است با صفر) $A = 0$

بازاء " A صفر است".

یک واقعیت در رشته‌ای "همیشگی" است اگر این واقعیت در تمام جملات (محدوده ها) حادث شود. بسامد آن در تمام آمدها برابر است با واحد و مینویسیم:

(A مساوی است با یک) $A = 1$

بازاء " A همیشگی است".

پس آمد یک واقعیت عددی است منطق واقع بین صفر و یک.

۲ ـ <u>التقا</u>

چندین واقعیت به حالت التقا هستند اگر با هم در جمله‌ای از یک رشته حادث شوند. در عمل این بدان معناست که دو واقعیت به حالت التقا میباشند اگر تمیز اینکه کدامیک از این دو ماقبل دیگری است غیرممکن باشد. بنابراین التقا از طرفی مربوط می‌شود به دقّت مشاهده و از طرف دیگر به تراز مقیاس توصیف. انقباض یک رشته میتواند نظم توالی برخی‌از "آمد"ها

را حذف کند و برعکس انبساط یک رشته میتواند در برخی از التقاها نظم توالی وارد کند. این عملیات در حالت نخست عبور به مقیاسی بزرگ‌تر و در حالت دوّم، عبور به مقیاسی کوچک‌تر را میرساند.

هر مقیاس توصیف صورت واقعیت مخصوص به خود را دارد.

واقعیاتی که در سطح مفروضی به حالت التقا هستند ممکن است در سطحی پائین‌تر و حاصل از انبساط یک رشته به حال التقا نباشند.

بدین جهت هرگاه یک "بزرگی وضعیت" مستلزم اندازه‌گیری‌های همزمان عناصر در سطحی پائین‌تر است، بزرگی وضعیت غیرقابل تعیین میگردد، و این منشاء تئوری‌های "لاحتمی" است.

لاحتمیت (عدم تعیین) مولود تلاشی در توصیف یک پدیده در "مقیاسی" است که مناسب حال آن نباشد. لاحتمی مسند (محمول) یا صفت یک تئوری است، ولی هیچ کیفیتی به خصلت موضوعات اسناد نمیدهد.

تذکّر: در یک رشته‌ی ...، A، B، C، D، E، زوج " A، B " یک توالی است: A و سپس B. اگر A و B بحال التقا باشند، مینویسیم AB (بدون علامت جدائی) بدان منظور که نشان دهیم نظم توالی ابطال گردیده و بدین جهت برای بیان این مطلب که AB و BA واقعیت واحدی هستند، میتوان نوشت:

$$AB = BA$$

با انقباض رشته C، B، A التقای زیر حاصل می‌شود:

$$ABC = BAC = ACB = ETC$$

حشو(۱) یا تحصیل حاصل

حشو عبارت است از التقای دو واقعیت متشابه:

(۱) Tautologie

باران میبارد و باران میبارد

از رشته A سپس A در اثر انقباض واقعیت واحد A حاصل می‌شود، یعنی:

$$AA = A$$

این اصل حشو است.

انقباض "آمد" A ، B ، A میدهد

$$ABA = AAB = AB$$

تعداد واردات یک واقعیت در یک آمد عبارت است از تعداد جمله هائی که پس از تبدیل حشوها در هر جمله در آن واقعیت حادث میشود. مثلاً "در "آمد"

$$ABA\ ,\ BC\ ,\ BAC\ ,\ BD\ ,\ A$$

که بنا بر اصل حشو معادل است با AB, BC, BAC, BD, A

بس‌آمد A می‌شود ۳/۵.

<u>مقام صفر و واحد در یک التقا.</u>

بازاء همه مقادیر X ، $XO = O$

زیرا یک واقعیت هرگز به حال التقا با واقعیتی که وقوع نمی‌یابد درنمی‌آمد.
صفر عبارت است از عنصر جاذب التقا:

$$ABO = O\ ,\ AOB = O$$

اگر P واقعیتی باشد همیشگی، التقای AP همیشه دارای بس‌آمدی است برابر با بس‌آمد A . بنابراین، بازاء کلّیه مقادیر X داریم:

$$XP = X$$

و چون P = ۱ ، پس
بازاء همه مقادیر X ، X۱ = X .

واحد عبارت است از عنصر خنثای التقا:

$$AB1 = AB\ ,\ A1B = AB$$

خلاصه : $AA = A \ , \ A1 = A \ , \ A0 = 0 \ , \ AB = BA$

۳ - حتمیّت (۱)

واقعیت هائی که بحال التقا هستند، عوامل التقا میباشند.
اصل حتمیت چنین است:
یک واقعیت بوسیله التقای عوامل آن معیّن میگردد.
حتمیت عبارت است از یک تساوی بقسمی که یک عضو آن (طرف معادله) عضو دیگر را معیّن می‌کند. در تساوی $C = AB$ التقای A و B تعیین کننده C میباشد. این بدان معناست که اگر در همان رشته‌ی واقعیات میداشتیم $AB = D$ ، تساوی $C = D$ را نیز میداشتیم.
بنابراین حتمیت همیشه به مقیاس توصیف یک رشته واقعیات مربوط است.
موقعی حتمیت وجود دارد که بتوان بدلخواه از رشته‌ای به رشته دیگر عبور کرد.
گذار یک عامل به واقعیتی که بوسیله التقا معیّن شده، علّیتی است که در آن عامل علّت است و واقعیّت معیّن اثر (معلول).
مثلا" در حتمیت

$$ABCD = E$$

هرکدام از عوامل میتواند بعنوان علت در یک علّیت (سبب) ویژه منظور گردد. فرض کنیم C علت باشد. در این صورت عوامل A ، B، D موقعیتهائی هستند که علت در آن موقعیت ها معلول را بوجود می‌آورد. اگر التقای موقعیت ها را به X نشان دهیم، حتمیت بصورت زیر بیان می‌گردد:

$$CX = E$$

اصل حتمیت دارای نتیجه‌ای است طبیعی (لازم):

علتی واحد در موقعیت های همانند، معلول همانند تولید می‌کند.
عکس قضیه صحیح نیست: علتی واحد میتواند معلولی همانند را در موقعیتهای مختلف ایجاد کند، مثلا" اگر $CX = CY$ و $X = Y$ باشد، در چنین وضعی هستیم.

با افزودن C به دو عضو تساوی CX = E داریم:

$$CCX = CE$$

این رابطه با اجرای اصل حشو بصورت زیر تبدیل می‌گردد:

$$CX = CE$$

پس میتوان در CX = E بجای CX مقدار مساوی‌اش CE را گذاشت و در نتیجه خواهیم داشت:

$$CE = E$$

این همان چیزی است که ما بنام رابطه علت با معلول می‌شناسیم.
در اینجا مسئله علیت آنی (بلاواسطه) مطرح است. علیت باواسطه را فقط در یک طریق (پرسسوس) دیالکتیکی میتوان تعیین و تعریف کرد و قابل تبدیل به یک مفهوم منطقی نیست.

۴ - غیبت (۱)

در یک رشته از واقعیت‌ها، تعداد جمله‌های محتوای A برابر است با مجموع تعداد جملاتی که محتوای A با B و A بدون B هستند. پس بسامد A همیشه برابر است با بسامدهای AB و " A بدون B ".
اگر " A بدون B " را به AsB نشان دهیم، داریم:

$$A = AB + AsB$$

پس

$$AsB = A - AB$$

و از نظر بسامدی AsB معیّن می‌شود.
بسامد این واقعیت همیشه برابر است با تفاضل بسامدهای A و بسامدهای AB.
در بیان زبانی، AsB را التقای واقعیت A و واقعیت sB (بدون B) ملحوظ میدارند و آن را بعنوان ایده‌ی واقعیتی که نمایانگر غیاب B میباشد، عرضه میکنند.
بازاء کلیّه مقادیر X داریم:

$$XsA = X - XA$$

---

(۱) Absence

و بازاء $X = 1$ داریم:

$$1sA = 1 - 1A$$

ولی
$$1sA = sA$$
و
$$1A = A$$
پس
$$sA = 1 - A$$

ملاحظه می‌شود که در اینجا واقعیتی تصوّری بعنوان عنصری از محاسبه وارد شده است:

$$s1 = 1 - 1 = 0 \ , \ s0 = 1 - 0 = 1$$
$$ssA = 1 - (1 - A) = 1 - 1 + A = A$$
$$AsA = A - AA = A - A = 0$$
$$A + sA = A + 1 - A = 1$$
و
$$A = 1 - sA$$

خلاصه

$$s1 = 0 \ , \ s0 = 1 \ , \ ssA = A \qquad (1)$$
$$AsA = 0 \ , \ A + sA = 1$$

و از آن جا گسترش واحد حاصل است:

$$1 = 1 + sA$$

سپس بازاء کلیه مقادیر X

$$X = XB + XsB$$

پس بازاء $X = sA$ داریم:

$$sA = BsA + sAsB$$
$$1 = A = BsA + sAsB \qquad (2)$$

یعنی گسترش واحد برای دو واقعیت B و A .
برای سه واقعیت C ، B ، A داریم:

$$1 = A + BsA + CsAsB + sAsBsC \qquad (3)$$

۵ - انفصال (۱)

یک واقعیت همه جانبه عبارت است از مجموعه واقعیت هائی که هرگاه یکی از عناصر آن مجموعه حادث شود، همه عناصر حدوث یابند. بیان یک واقعیت همه جانبه A یا B یا C ... میباشد و میتوان نوشت:

$$AVBVCV...$$

میگوئیم

$$AVB = ۱ - sAsB \qquad (۴)$$

فرض کنیم در "آمدی" مفروض:

$p=$ تعداد جمله هائی که محتوای A یا B باشند

$q=$ تعداد جمله هائی که نه محتوای A باشند و نه محتوای B

$n=$ تعداد جمله های آمد

$$p + q = n$$

$$p = n - q$$

$$\frac{p}{n} = ۱ - \frac{q}{n}$$

$\frac{p}{n} =$ بسامد AVB

$\frac{q}{n} =$ بسامد sAsB که "نه A و نه B" میباشد

پس داریم:

$$(f)\ AVB = ۱ - (f)\ sAsB$$

$(f) =$ بسامد

و از آنجائی که این رابطه در تمام آمدها مصداق میکند، داریم:

$$AVB = ۱ - sAsB$$

و بدین ترتیب انفصال AVB معیّن میگردد.

و به همین طریق خواهیم داشت:

$$AVBVC = ۱ - sAsBsC \qquad (۵)$$

---

۱ - Disjonction

بنا به شماره‌های (۲) و (۳) داریم:

$$A V B = 1 - sAsB = A + BsA$$
$$A V B V C = 1 - sAsBsC = A + BsA + CsAsB$$

پس

$$A V B = A + BsA \qquad (۶)$$
$$A V B V C = A + BsA + CsAsB \qquad (۷)$$

با احتساب اینکه:

$$BsA = A - AB$$

فرمول (۶) بصورت زیر تبدیل می‌شود:

$$A V B = A + B - AB \qquad (۸)$$

از طرف دیگر:

$$CsAsB = CsA - BCsA = C - AC - (BC - ABC)$$
$$CsAsB = C - AC - BC + ABC \qquad (۹)$$

بنا به (۹) فرمول (۷) می‌شود:

$$A V B V C = A + B + C - AB - AC - BC + ABC \qquad (۱۰)$$

فرمول‌های (۸) و (۱۰) یعنی واقعیات تصوّری محذوف برای اثبات غالب خواص انفصال بکار میروند:

قضیه ۱:

$$A V A = A$$

زیرا بنا به (۸) داریم:

$$A V A = A + A - AA = A + A - A = A$$

قضیه ۲:

$$A = A V AB$$

زیرا

$$A V AB = A + AB - AAB = A + AB - AB = A$$

این قانون انجذاب (تمصیص)(۱) است:

در یک انفصال، یک محدوده سایر محدوده هائی را که در آن این محدوده به عنوان یک عامل وجود دارد جذب (حل) میکند. مثلاً":

$$AB V ABC V ABD = AB$$

---

(۱) L'absorption

قضیه ۳:

$$AV1 = 1$$

زیرا:

$$AV1 = A + 1 - A1 = A + 1 - A = 1$$

عامل (عنصر) جاذب (آخذ) انفصال عبارت است از واحد. این خاصیّت بلافاصله از تعریف واقعیت تام حاصل است، زیرا اگر یک واقعیت همه جانبه (تام) بهنگامی که یکی از عوامل مجموعه تولید می‌شود، تولید گردد، مسلّم است که کافی است یکی از این عوامل همیشگی باشد تا اینکه واقعیت کلّی هم همیشگی باشد:

$$AVBVCV1 = 1$$

قضیه ۴:

$$AVO = A$$

زیرا:

$$AVO = A + O - AO = A$$

صفر عامل خنثای انفصال است:

قضیه ۵:

$$s(AVB) = sAsB$$

از قضیه (۴) حاصل می‌شود:

$$AVB = 1 - sAsB = s(sAsB) \qquad (1)$$

نتیجه طبیعی:

$$s(AB) = sAsB$$

قضیه ۶ (قانون جمع):

$$(AVB)VC = AV(BVC)$$

بنا بر (۶) داریم

$$(AVB)VC = (AVB) + Cs(AVB) = (AVB) + CsAsB$$

ولی

$$AVB = A + B - AB$$

و

$$CsAsB = C - AC - BC + ABC$$

پس بنا به (۱۰):

$$(AVB)VC = AVBVC$$

از طرف دیگر

$$AV(BVC) = (BVC)VA = BVCVA = AVBVC$$

زیرا نظم محدوده‌های انفصال بی‌تفاوت است.

قضیه ۷ (قانون توزیع):

$$(AVB)C = AC \ V \ BC$$

$$AVBVC = (AVB)VC = (AVB) + C - (AVB)C \quad (۸)$$

پس

$$(AVB)C = (AVB) + C - (AVBVC)$$

اگر در طرف دوم معادله بجای AVB و AVBVC مقادیر مساویشان را از (۸) و (۱۰) قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$(AVB)C = AC + BC - ABC$$

یا

$$(AVB)C = AC + BC - ACBC = ACVBC \quad (۸)$$

تعمیم

$$(AVBVC)D = ADVBDVCD$$

$$(AVD)(CVD) = A(CVD)VB(CVD) = ACVADVBCVBD$$

ملاحظه می‌شود که محاسبه بسامدی همانند محاسبه جبری گسترش می‌یابد بقسمی که در آن انفصال و التقا جای مجموع و حاصل ضرب را گرفته‌اند. ولی محاسبه بسامدی بوسیله قوانین انجذاب و حشو که در محاسبه جبری نیستند ساده شده است.

در محاسبه بسامدی صفر همان نقش را دارد که در محاسبه جبری ایفا میکند:

$$A0 = 0 \qquad AV0 = A$$

ولی در انفصال برای واحد استثنائی وجود دارد:

$$AV1 = 1$$

قضیه ۸ (قانون ترکیب):

(AVB) (AVC) = AVBC

زیرا:

(AVB) (AVC) = AVBC

تعمیم:

(XVA) (XVB) (XVC) = XVABC

عبور از طرف دوم به طرف اول یک تجزیه می‌باشد:

XVABC = (XVA) (XVB) (XVC)