ELEMENTS DE PROGRAMMATION MATHEMATIQUE ET D'ANALYSE NUMERIQUE

Par : Habib IDRISSI BOUSSOUF

Présentation

Notations principales : Soit E_n, un espace de dimension n sur **R**

x = $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_n \end{pmatrix}$ vecteur colonne, x' = ($x_1 \ldots x_n$), vecteur ligne

x$\in$ **R**, x appartient à **R**

x $\notin$ **R**, x n'appartient pas à **R**.

R $\subset$ S, R contenu dans S, R$\cap$S intersection des ensembles R et S.

R$\cup$S réunion des ensembles R et S.

$\bigcap_{\lambda\in\Lambda} R_\lambda$ intersection de la famille d'ensembles R_λ ($\lambda \in \Lambda$)

$\bigcup_{\lambda\in\Lambda} R_\lambda$, réunion de la famille d'ensemble R_λ ($\lambda \in \Lambda$)

{x : Φ }, ensemble des éléments x qui vérifient la propriété Φ

{x $\in$ Y : Φ} ensemble des éléments x $\in$Y qui vérifient la propriété Φ

R\S = différence des ensembles R et S, c'est à dire l'ensemble {x : x $\in$R, x $\notin$S}

$\langle x, y\rangle$ = $\sum_{i=1}^{n}$ x_i y_i, produit scalaire des vecteurs x et y

$\|x\|$ = $\sqrt{\langle x, x\rangle}$

{x_k} suite des points x_k.

{α_k} suite des normales α_k}

x>y signifie que x > y , (i=1,…n)

(i = {1, n}), i variant de 1 à n

A = [a_{ij}] matrice (n, m),

:A' = [a_1, a_2, …a_n], (i = {1, n}), où

$$a_i = \begin{pmatrix} a_{1i} \\ a_{2i} \\ . \\ a_{mi} \end{pmatrix}$$

wv

${}^tA$ transpose de la matrice A, ${}^tA = \begin{pmatrix} {}^ta_1 \\ . \\ {}^ta_n \end{pmatrix}$

C = A.B = produit des matrices A et B, C = [c_{ij}] = A.B = [$\sum_{k=i}^{n} a_{ik}b_{kj}$]

B^{-1} = inverse de la matrice B

$(Ax)_i$ ième composante du vecteur Ax.

Det B = déterminant de la matrice carré B

$x \geq y$, relation d'ordre dans E_n qui signifie que

$x \geq y$, i = {1, n}

x > y signifie que x > y, i = {1, n}

$x \neq y$ signifie que $x \neq y$ au moins pour un indice i

[x, y] segment (intervalle fermé d'extrémité x et y., c'est à dire l'ensemble :

{z : z = αx + (1-α)y, 0 α 1}

(x, y) = {z : z = αx +(1-α)y, 0 < α <1}, intervalle ouvert

[x, y) = {z : z = αx + (1 - α) y, 0<α<1} intervalle semi-ouvert à droite

(x, y] = {z : z = αx + -1-α)y, 0 α < 1}, intervalle semi-ouvert à gauche.

Min {α,β}= { α si α< β, si α>β

$\min_{x \in X} \varphi(x)$ Notation du problème de minimisation d'une fonction scalaire φ(x) sur un ensemble X

Définition et notation. Par exemple l'écriture y (def)= f(x) + g(x) signifie que y désigne la somme f(x) + g(x).

φ'(x) = gradient φ(x)

Definition Diam X = $\sup_{x', x'' \in X} \|x' - x''\|$

Sign α = {1, si $\alpha \geq$ 0, -1 si α < 0}

P{Q} probabilité de l'événement Q

P{φ/R} probabilité de l'événement φ sous la condition R

u $\approx$ v, équivalence faible traduisant le fait que les grandeurs u et v sont de même ordre : : u = O(v) de même que v = O(u)

GENERALITES

Ces systèmes, rencontrés dans les sciences économiques sont très variés. On s'est inspiré pour les représenter, des méthodes utilisés dans les divers domaines des sciences physiques, car c'est dans ces domaines que l'on a, d'abord, utilisé les mathématiques.

On représente un système par un modèle qui es(t de nature mathématique qui est simplificateur schématique. En théorie générale des systèmes on peut les diviser en trois classes :

a) : systèmes observés passivement : c'est le cas en Astronomie et souvent en physique

b) : systèmes sur les quels on peut agir en vue d'un but : systèmes guidables et systèmes optimisables.

c) : systèmes à autorégulation (machine à vapeur avec régulateur à boules).

En économie, on que rencontre que des systèmes b). En effet on veut agir sur le système pour atteindre un certain but que l'on s'est fixé et qui peut être, par exemple, de maximiser un profit, de minimiser des frais, des coûts

D'autre part en économie les systèmes sont instables, on ne dispose pas de processus d'autorégulation. Nous devons donc nous placer le cas b) et exclure les a) et c). Les principales difficultés de telle étude sont :

- complexité :
- le système étudié et les points de vue évoqués ci-dessus sont aucun doute d'une grande complexité. Ce n'est pas seulement une question de dimension (des nombres des variables et des relations) mais également l'absence de régularité ou de simplicité) des relations qui impliquent le réel observé. Du fait de la multitude

de contexte dans lesquels le système global appréhendé, contestés tout aussi justifiés les uns que les autres.

L'évolution du système, dépend en réalité des choix sociaux politiques et individuels effectués en tenant compte de contraintes économiques, physiques et autres. Ces forces guides l'évolution du système ne peuvent être modélisées avec les moyens classiques qui en général ne permettent d'entreprendre les études partielles du phénomène.

Nous avons essayé d'élargir le sujet pour mieux démontrer la place qu'occupe la programmation mathématique qui se trouve être le moteur ce que les systèmistes appellent la boîte noire.